|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD & ĐT NGHỆ AN**  **TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN ÔN** | **ĐỀ KSCL ĐỘI TUYỂN THI HSG TỈNH LỚP 12**  **Năm học 2022- 2023**  *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.*  **1/10/2022** |

**Câu I(6,0 *điểm*).**

1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  nghịch biến trên khoảng .
2. Giải phương trình 

**Câu 2.(4,0 điểm).**

a. Cho hàm số  với  là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  sao cho  với mọi ?.

b. Một thùng đựng  viên bi được đánh số từ  đến , mỗi bi mang một số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên  viên bi, tính xác suất để các số ghi trên bi lập thành một cấp số cộng.

**Câu 3.(2,0 điểm).**

Doanh nghiệp Alibaba cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy  và . Máy  làm việc trong  ngày và cho số tiền lãi là  (triệu đồng), máy  làm việc trong  ngày và cho số tiền lãi là  (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp Alibaba cần sử dụng máy  trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy  và  không đồng thời làm việc, máy  làm việc không quá 6 ngày).

**Câu 4.(6,0 điểm).**

a. Cho hình chóp tam giác đều , biết cạnh đáy bằng , góc giữa  và mặt phẳng  bằng . Tính theo  thể tích khối chóp .

b. Cho hình hộp chữ nhật biết . Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Một đường thẳng  đi qua  và cắt các đường thẳng  lần lượt tại . Tính độ dài đoạn thẳng .

c. Cho hình chóp  có  vuông góc với mặt phẳng đáy, đáy  là hình chữ nhật, biết . Gọi  là trọng tâm tam giác . Một đường thẳng  thay đổi luôn đi qua và thuộc mặt phẳng ,  cắt các cạnh  lần lượt tại . Gọi  là giao điểm của  với mặt phẳng . Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp .

**Câu 5. (*2,0 điểm*)**

Cho các số thực  thuộc đoạn  và thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**----------HẾT----------**

**Ghi chú**: *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm****.***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội Dung** | **Điểm** |
| **Câu I.1**  **2,5 *điểm*** | **Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  nghịch biến trên khoảng .** | |
| Ta có:  Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi . | **0,5** |
| + Bảng biến thiên: | **0,5** |
| Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng . | **0,5** |
| Để hàm số nghịch biến trên khoảng | **0,5** |
| Vậy để hàm số nghịch biến trên khoảng  thì | **0,5** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **I.2** | **Giải phương trình** | **2.5** |
|  | ĐK: .  Phương trình đã cho | 1 |
| Xét  (2) | 0,5 |
| Xét hàm số  nên hàm số  đồng biến trên khoảng .  Do đó, (2) | 0.5 |
| Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt | 0,5 |

|  |  |
| --- | --- |
| **2a)** | *Cho hàm số*  *với*  *là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của*  *sao cho*  *với mọi* *?* |
|  |  |
| Xét hàm số . Ta có:  Suy ra hàm số  đồng biến trên . |
|  |
| Hàm số  nghịch biến trên  Vậy trên đoạn  có  giá trị nguyên của  thỏa mãn. |

|  |  |
| --- | --- |
| **2b** | **Một thùng đựng  viên bi được đánh số từ  đến , mỗi bi mang một số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên  viên bi, tính xác suất để các số ghi trên bi lập thành một cấp số cộng.** |
|  | Số cách lấy ngẫu nhiên  viên bi là |
| Gọi  số hạng của cấp số cộng tăng là ;  Ta có  Các số trong cấp số cộng nguyên dương nên |
| Trong mỗi trường hợp thỏa mãn đề bài, để đếm số cấp số cộng thỏa mãn ta chỉ cần đếm .  Ta có ;  Lại có  nên  có  cấp số cộng  có  cấp số cộng  ...  Gọi biến cố  “các số ghi trên bi lập thành một cấp số cộng” |
| Xác suất của biến cố  là |

**Câu 3**. Theo đề ta có .

Và .

Số tiền lãi  (thay vào).

 với .

Ta có .

.

Bảng biến thiên.

.

|  |  |
| --- | --- |
|  | 4 9 10 |
|  | + 0 - |
|  |  |

Từ BBT ta có  là giá trị cần tìm.

**Câu 4**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **4** | **a** | **Cho hình chóp tam giác đều , biết cạnh đáy bằng , góc giữa  và mặt phẳng  bằng . Tính theo  thể tích khối chóp .** | | | | **2,00** |
|  |  | Chóp  đều nên đáy  là tam giác đều.  Diện tích đáy | | | 0,5 |
| Gọi là trung điểm cạnh , là trọng tâm  Chóp  đều nên | | | | 0,5 |
| Xét tam giác  vuông tại  ta có | | | | 0,5 |
| Thể tích khối chóp  là | | | | 0,5 |
| **b** | **Cho hình hộp chữ nhật biết** **. Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Một đường thẳng  đi qua  và cắt các đường thẳng  lần lượt tại . Tính độ dài đoạn thẳng** | | | | **2,00** |
|  |  | |  | | 0,5 |
| Ta có | | | | 0,5 |
| Các điểm  thẳng hàng      vì các vecto  không đồng phẳng | | | | 0,5 |
| Ta có , các vecto  đôi một vuông góc | | | | 0,5 |
| **c** | **Cho hình chóp  có  vuông góc với mặt phẳng đáy, đáy  là hình chữ nhật, biết . Gọi  là trọng tâm tam giác . Một đường thẳng  thay đổi luôn đi qua và thuộc mặt phẳng ,  cắt các cạnh  lần lượt tại . Gọi  là giao điểm của  với mặt phẳng . Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp .** | | | | **2,00** |
|  | C | | | Gọi , đáy chóp là hình chữ nhật nên  là trung điểm của  là trọng tâm  nên thuộc đoạn  và cũng là trọng tâm là trung điểm của | 0,5 |
| ,  Ta có  điều kiện  Ta có  điều kiện | | | | 0,5 |
| Ta có  (1)      (2)  Từ (1) và (2) ta có  (\*) | | | | 0,5 |
| Áp dụng các bất đẳng thức Cauchy:  cùng với (\*) ta có  (đvtt)  Dấu “=” xảy ra .  Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp bằng | | | | 0,5 |

|  |  |
| --- | --- |
| ***Câu 5***  ***(2,0đ)*** | ***Cho các số thực  thuộc đoạn  và thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức***  ***.*** |
| Đặt  Ta có |
| Suy ra : .  Ta có: . Suy ra**.** |
|  |
| Xét hàm số  Nên hàm số nghịch biến trên**.** Vậy **.**  Vậy  , đạt tại  và . |