

BÀI 16. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

CHƯƠNG 5. GIỚI HẠN

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

Giả sử $(a; b)$ là một khoảng chứa điểm x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$, có thể trừ điểm x_0 . Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a; b)$, $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow x_0$.

Ví dụ 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$. Chứng tỏ rằng $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$.

Giải

Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 1$ và $x_n \rightarrow 1$. Ta có $f(x_n) = \frac{x_n-1}{x_n^2-1} = \frac{1}{x_n+1}$.

Do đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{x_n+1} = \frac{1}{2}$. Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$.

Tương tự đối với dãy số, ta có các quy tắc tính giới hạn của hàm số tại một điểm như sau:

a) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, M \neq 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} c = c \text{ với } c \text{ là hằng số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n, \forall n \in \mathbb{N}.$$

b) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

Ví dụ 2. Cho $f(x) = x - 1$ và $g(x) = x^3$. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)]$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)}$

Giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = \lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1 - 1 = 0$. Mặt khác, ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1$.

a) Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \cdot 0 - 1 = -1.$$

b) Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{0}{1} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$$

Ví dụ 3. Tính

Giải

Do mẫu thức có giới hạn là 0 khi $x \rightarrow 0$ nên ta không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.

Chú ý rằng
$$\frac{\sqrt{x+9} - 3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9})^2 - 3^2}{x(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{x}{x(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9} + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9} + 3} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x+9} + 3]} = \frac{1}{6}$$

Do đó

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. Ta nói số L là giới hạn bên phải của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. Ta nói số L là giới hạn bên trái của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } 0 < x < 1 \\ x+1 & \text{nếu } 1 \leq x < 2. \end{cases}$$

Ví dụ 4. Cho hàm số

Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Giải

Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $0 < x_n < 1$ và $x_n \rightarrow 1$, ta có $f(x_n) = x_n^2$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 1$$

Tương tự, với dãy số (x_n) bất kì mà $1 < x_n < 2, x_n \rightarrow 1$, ta có $f(x_n) = x_n + 1$, cho nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \quad \text{khi và chỉ khi} \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$$

2. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI VÔ CỰC

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow +\infty$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; b)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow -\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n < b$ và $x_n \rightarrow -\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow -\infty$.

Ví dụ 5. Cho $f(x) = 2 + \frac{4}{x-1}$. Sử dụng định nghĩa, tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Giải

Lấy dãy (x_n) bất kì sao cho $x_n > 1$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) = 2 + \frac{4}{x_n - 1}$. Do đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Tương tự, ta cũng có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

- Các quy tắc tính giới hạn hữu hạn tại một điểm cũng đúng cho giới hạn hữu hạn tại vô cực.

- Với C là hằng số, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} C = C, \lim_{x \rightarrow -\infty} C = C$

- Với k là một số nguyên dương, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$$

Ví dụ 6. Tính

Giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2}} \right) = - \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$$

Ta có

$$= - \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = - \sqrt{1 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}} = -1$$

$$a\sqrt{b} = \begin{cases} \sqrt{a^2 b} & a \geq 0 \\ -\sqrt{a^2 b} & a < 0. \end{cases}$$

3. GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

a) Giới hạn vô cực

Giả sử khoảng $(a; b)$ chứa x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b) \setminus \{x_0\}$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a; b) \setminus \{x_0\}, x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$.

Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $-\infty$ khi $x \rightarrow x_0$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} [-f(x)] = +\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x - 1|}$$

Ví dụ 7. Tính

Giải

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{|x - 1|}$. Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 1, x_n \rightarrow 1$. Khi đó, $|x_n - 1| \rightarrow 0$.

$$f(x_n) = \frac{1}{|x_n - 1|} \rightarrow +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x - 1|} = +\infty$$

Do đó

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ về bên phải nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $x_0 < x_n < b, x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ về bên trái nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $a < x_n < x_0, x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$.

- Các giới hạn một bên $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ được định nghĩa tương tự.

Ví dụ 8. Giải bài toán ở tình huống mở đầu. Trong Thuyết tương đối của Einstein, khối lượng

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

của vật chuyển động với vận tốc v cho bởi công thức

trong đó m_0 là khối lượng của vật khi nó đứng yên, c là vận tốc ánh sáng. Chuyện gì xảy ra với khối lượng của vật khi Albert Einstein (1879 - 1955) vận tốc của vật gần với vận tốc ánh sáng?

Giải

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Từ công thức khối lượng

ta thấy m là một hàm số của v , với tập xác định là nửa khoảng $[0; c)$. Rõ ràng khi v tiến gần tới

vận tốc ánh sáng, tức là $v \rightarrow c^-$, ta có $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 0$. Do đó $\lim_{v \rightarrow c^-} m(v) = +\infty$, nghĩa là khối lượng m của vật trở nên vô cùng lớn khi vận tốc của vật gần với vận tốc ánh sáng.

Chú ý. Các giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ được định nghĩa tương tự như giới hạn của hàm số $f(x)$ tại vô cực. Chẳng hạn: Ta nói hàm số $y = f(x)$, xác định trên khoảng $(a; +\infty)$, có giới hạn là $-\infty$ khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow -\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ hay $f(x) \rightarrow -\infty$ khi $x \rightarrow +\infty$. Một số giới hạn đặc biệt:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ với k nguyên dương;

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$ với k là số chẵn;

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ với k là số lẻ.

b) Một số quy tắc tính giới hạn vô cực

Chú ý các quy tắc tính giới hạn hữu hạn không còn đúng cho giới hạn vô cực.

Ta có một số quy tắc tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số đó có giới hạn vô cực.

- Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x)g(x)$.

Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$). Khi đó $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$ được tính theo quy tắc cho trong bảng sau:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

$$\frac{f(x)}{g(x)}$$

- Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$.

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$\pm\infty$	Tuỳ ý	0
$L > 0$	0	+	$+\infty$
		-	$-\infty$
$L < 0$	0	+	$-\infty$
		-	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$.

Ví dụ 9. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2}$.

Giải

Ta sử dụng quy tắc tìm giới hạn của thương. Rõ ràng, giới hạn của tử số $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1) = 1$.

Ngoài ra, mẫu số nhận giá trị dương với mọi $x \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$. Do vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2} = +\infty$.

Ví dụ 10. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)}$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x(1-x)}$.

Giải

Viết $\frac{1}{x(1-x)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1-x}$, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1 > 0$. Hơn nữa $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = -\infty$ do $1-x < 0$ khi $x > 1$.

Áp dụng quy tắc tìm giới hạn của tích, ta được $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)} = -\infty$.

Lí luận tương tự, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x(1-x)} = +\infty$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Giới hạn tại 1 điểm

Câu 1. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{4-x^2}{x-2}$.

a) Tìm tập xác định của hàm số $f(x)$.

b) Cho dãy số $x_n = \frac{2n+1}{n}$. Rút gọn $f(x_n)$ và tính giới hạn của dãy (u_n) với $u_n = f(x_n)$.

c) Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 2$ và $x_n \rightarrow 2$, tính $f(x_n)$ và tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

Câu 2. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$.

Câu 3. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hai hàm số $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ và $g(x) = x+1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $f(x) = g(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

Câu 4. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(3x+1)(2-3x)}{x+1}$ b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x+x^2+x^3}{1+x}$

c. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$

d. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{5x-1}{2x+7}}$ e. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x-1}$

f. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-2}$

Câu 5. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -3} \left| \frac{(x+1)(2-x)}{x-1} \right|$ b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2+x-1}}{|x+1|}$

Câu 6. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 2x^2}$ b. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x(x+5) - 6}$

d. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5}$ e. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$

Câu 7. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{4x}$ b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{x - 1}$

Câu 8. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{\sqrt{x+2} - 2}$ b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - \sqrt{3x-2}}{x - 1}$

Câu 9. Tính giới hạn

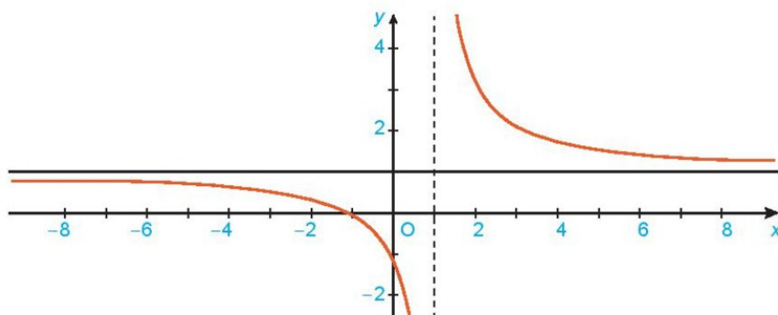
a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[4]{x+2} - 1}{\sqrt[3]{x+2} - 1}$ b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3}}{x - 1}$

Câu 10. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$ b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{3x}$

Dạng 2. Giới hạn của hàm số tại vô cực

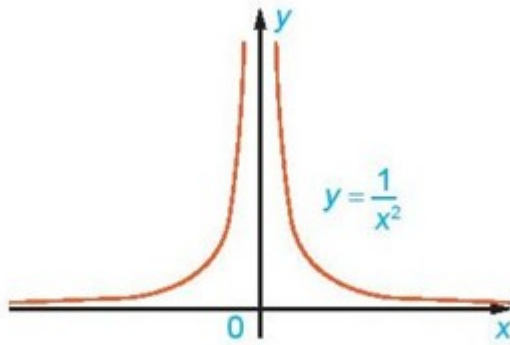
Câu 11. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = 1 + \frac{2}{x-1}$ có đồ thị như Hình 5.4.



Hình 5.4.

Giả sử (x_n) là dãy số sao cho $x_n > 1, x_n \rightarrow +\infty$. Tính $f(x_n)$ và tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

Câu 12. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2}$ có đồ thị như Hình 5.6.

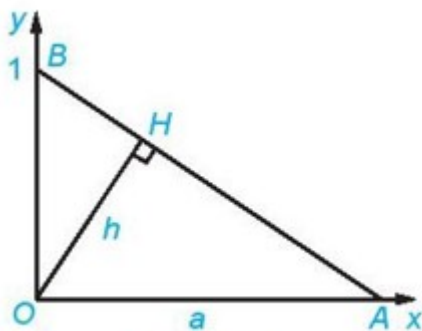


Hình 5.6

Cho $x_n = \frac{1}{n}$, chứng tỏ rằng $f(x_n) \rightarrow +\infty$.

Câu 13. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x + 1}$.

Câu 14. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho tam giác vuông OAB với $A = (a; 0)$ và $B = (0; 1)$ như Hình 5.5. Đường cao OH có độ dài là h .



Hình 5.5

a) Tính h theo a .

b) Khi điểm A dịch chuyển về O , điểm H thay đổi thế nào? Tại sao?

c) Khi A dịch chuyển ra vô cực theo chiều dương của trục Ox , điểm H thay đổi thế nào? Tại sao?

Câu 15. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$. Với các dãy số (x_n) và (x'_n) cho bởi $x_n = 1 + \frac{1}{n}$, $x'_n = 1 - \frac{1}{n}$, tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x'_n)$.

Câu 16. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2x^3 + 2x + 5}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 - x + 1}}{5x^2 - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2} + 2}{x\sqrt{x^3} + 1}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 3x^2 + 2}$

Câu 17. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^3+1}{2x^3+5}}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x+1}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3-1}}{\sqrt{2x^2+1}}$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^6+x^4+x^2+1}}{\sqrt{2x^2+1}}$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{2x^2+1}}{2x+3\sqrt{x^2+1}}$

Câu 18. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2-3x+1}{-2+3x-4x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3x}}{\sqrt{4x^2+1}-x+3}$

Câu 19. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+5}{2x^2+1}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x^2+1}{2-x}$

Câu 20. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2-x+2}+2x)$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2x-3}-x)$

Câu 21. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3+x^2-x+1)$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - \sqrt{4x^2+2x-1})$

Câu 22. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-x+3}{x^2+1}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

Dạng 3. Giới hạn một bên

Câu 23. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{nếu } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$$

Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Câu 24. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{|x|}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{\sqrt{2-x}}$.

Câu 25. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hàm số

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } t < 0 \\ 1 & \text{nếu } t \geq 0 \end{cases}$$

(hàm Heaviside, thường được dùng để mô tả việc chuyển trạng thái tắt/mở của dòng điện tại thời điểm $t=0$).

Tính $\lim_{t \rightarrow 0^+} H(t)$ và $\lim_{t \rightarrow 0^-} H(t)$.

Câu 26. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính các giới hạn một bên:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - x + 1}{4 - x}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|}$$

Câu 27. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hàm số

$$\text{Tìm } \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) \text{ và } \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x).$$

Câu 28. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1+3x-2x^2}{x-3}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+1}{x-2}$$

$$e. \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x+4}{3-x}$$

$$f. \lim_{x \rightarrow 3^-} (\sqrt{3-x} + x)$$

Câu 29. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|3-x|}{3-x}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2}$$

Câu 30. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow 4^-} (4-x) \sqrt{\frac{2x+1}{x^3-64}}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-1) \sqrt{\frac{x^2+1}{x^4+3x+1}}$$

Bài toán chứng minh sự tồn tại của giới hạn tại 1 điểm.

$$\text{Nếu } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \text{ thì tổng tại } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L.$$

Câu 31. Tìm giới hạn của các hàm số sau:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x > 1 \\ -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases} \text{ tại } x=1.$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x} & \text{khi } x \geq 0 \\ \cos x & \text{khi } x < 0 \end{cases} \text{ tại } x=0$$

$$c) f(x) = \begin{cases} x^2-2x+3 & \text{khi } x \leq 2 \\ 4x-3 & \text{khi } x > 2 \end{cases} \text{ tại } x=2$$

Câu 32. Tìm m để các hàm số có giới hạn tại:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt[3]{1-x}-1} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1}{2} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases} \text{ tại } x=0$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x+m & \text{khi } x < 0 \\ \frac{x^2+100x+3}{x+3} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases} \text{ tại } x=0$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ mx - \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases} \quad \text{tại } x=2$$

Câu 33. Tìm giá trị của $a; b; c$ để $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b} + cx}{x^3 - 2x^2 + x} = -\frac{1}{2}$.

Dạng 4. Một vài quy tắc tính giới hạn vô cực

Câu 34. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{x-2}$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$.

Câu 35. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{(x-1)(x-2)}$.
Tìm $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$.

Câu 36. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 2x\sqrt{x} - x + 1)$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4\sqrt{x} + 2x\sqrt[3]{x} - 2)$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{3x^2 + \frac{2x\sqrt{x}}{5}} - 4$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4}{\sqrt{x^3 - 4x + 3}}$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x + 1}}{x - \sqrt{x}}$

Câu 37. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{x(x-1)}{(2x+3)^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{5x+2}}{(x-4)^2(x+11)}$

c. $\lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{x-1}{(x+1)(2x^2 - x - 3)} \right]$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4} \right)$

e. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+1}{x^2 - 3x + 4}$

Câu 38. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{\frac{x^2+5}{6x^2-3x+2}}$

b. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^2 + 6x + 8}$

c. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 27x}{2x^2 - 3x - 9}$

Câu 39. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 5x - 6}{1 - 4x^3 + x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3x^2 + 8)(2x + 1)}{5 - 4x^3}$

Câu 40. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x + 7}{3 - 2x}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7}{2x - 1}$

Câu 41. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^4 - x + 7}{1 + 5x^5}$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + 3x - 6}{2x + 3}$

Câu 42. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + 1}{3x^2 + 2x + 7}$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2x^2 + 8}{5x^2 + 4}$

Câu 43. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5}{4 - x}$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + x - 2x^3}{3 - 2x + 5x^3}$

Câu 44. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - 3x + 5x^2)$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (7x^4 - 4x + 2)$

Câu 45. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 + 5x}{(-x - 2)^2}$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x - 5}{x + 3}$
c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - 8x^3 - x^2)$ d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (6x^5 - x + 2)$

Dạng 5. Giới hạn vô định

Câu 46. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^2 - 4}{x}$
b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$

Câu 47. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2} - x)$

Câu 48. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$ b. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$ c. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^3 + 1}$
d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 2}{x^3 - x - 6}$ e. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$

Câu 49. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$ b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x + 2}}{\sqrt{4x + 1} - 3}$ c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + x} - 1}$

Câu 50. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{3x}$

b. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x-1)^2}$

d. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}$

Câu 51. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+4} - \sqrt[3]{8+5x}}{x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{8x+11} - \sqrt{x+7}}{x^2 - 3x + 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt[3]{1+6x}}{x^2}$.

Câu 52. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 - x + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 3x^2 + 2}$

Câu 53. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^6 - x^4 + 1} + \sqrt{x^6 + 1}}{2x - 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x+1}}{x^2 + x + 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 2} - x}{\sqrt{9x^2 + 1} - x + 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + 4x + 1}{\sqrt{4x^2 + 1} + 2 - x}$

Câu 54. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)\sqrt{x^2 + x\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x^2 + 1} + 2x}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(2x-1)(3x-1)(4x-1)(5x-1)}{(4x+5)^5}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)\sqrt{x^2 + x\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x^2 + 1} + 2x}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 (\sqrt[3]{x^3 + 1} - x)$

Câu 55. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x|^3 - |x| + 1}{4|x^3| + x^2 + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x\sqrt{x^2 + 3} + 1|}{|x^2 - 1| + x}$

Dạng 6. Giới hạn của hàm lượng giác

Câu 56. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{3x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin \frac{x}{2}}$

Câu 57. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x^2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 5x}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \cos x - \cos 2x - \cos 3x}{1 - \cos x}$

Câu 58. Tìm giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2\cos x}$$

a.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x} - \cos x}{\sin^2 x}$$

b.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng
 A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Câu 2. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng
 A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 3. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x + 3}$
 A. $L = -\infty$. B. $L = 0$. C. $L = +\infty$. D. $L = 1$.

Câu 4. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng:
 A. $+\infty$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$ bằng?
 A. 5. B. 9. C. 0. D. 7.

Câu 6. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ bằng?
 A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 7. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x - 1}$ ta được kết quả
 A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ bằng
 A. -5. B. 1. C. 5. D. -1.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x + 2}$ bằng
 A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\infty$.

Câu 10. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2020}{2x - 1}$.
 A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2019.

Câu 11. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2|x + 1| - 5\sqrt{x^2 - 3}}{2x + 3}$ bằng.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. 7.

D. 3.

Câu 12. Tìm giới hạn

$$A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x+4}.$$

A. $-\frac{1}{6}$.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 1.

Câu 13. Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$

B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{(x-1)^2}$

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x-1}{(x-1)^2}$

D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$

Câu 14. Cho $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 4x - 1]$.

A. 5.

B. 6.

C. 11.

D. 9.

Câu 15. Biểu thức $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{2}{\pi}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. 1.

Câu 16. Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x-2}{x+1}$. Tính $I - J$.

A. 6.

B. 3.

C. -6.

D. 0.

Câu 17. Gọi A là giới hạn của hàm số $f(x) = \frac{x+x^2+x^3+\dots+x^{50}-50}{x-1}$ khi x tiến đến 1. Tính giá trị của A .

A. A không tồn tại.

B. $A = 1725$.

C. $A = 1527$.

D. $A = 1275$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ là?

A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$

C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$

D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^5} = +\infty$

D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

Câu 20. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$

B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$

C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$

Câu 21. Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x-1}{4-x}$

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3+2x+3)$

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+x+1}{x-1}$

D. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x-1}{4-x}$

Câu 22. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 23. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$ bằng:

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\infty$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 24. $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$ bằng?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 25. Tính $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3}$.

A. $-\frac{1}{6}$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Câu 26. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1}$.

A. 0.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. $-\infty$.

Câu 27. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x-a}$ bằng:

A. $-\frac{1}{2a}$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Câu 28. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$ bằng:

A. $+\infty$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. Kết quả khác.

Câu 29. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 30. Cho $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$. Tính giới hạn đó.

A. $+\infty$.

B. 1

C. 0.

D. $-\infty$

Câu 31. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 1.

D. 0

Câu 32. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-2x}{x-1}$.

A. $-\infty$. B. -2 . C. 0 . D. $+\infty$.

Câu 33. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x-1}$.

A. 0 . B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1 .

Câu 34. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-x+1}+x-2) = -\frac{3}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.
- C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-x+1}+x-2) = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

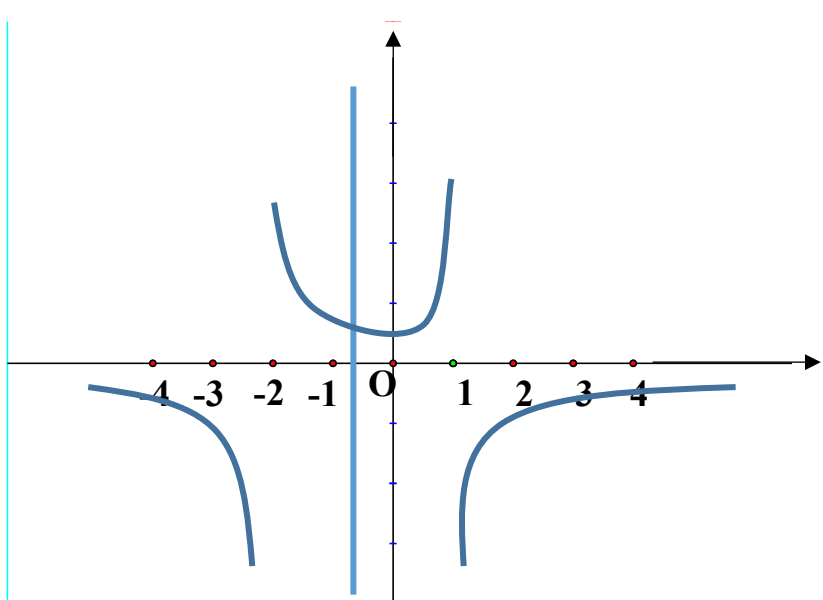
Câu 35. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1}$

A. $+\infty$. B. 2 . C. $-\infty$. D. -2 .

Câu 36. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\infty$. B. 2 . C. $+\infty$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; -2)$, $(-2; 1)$, $(1; +\infty)$, $f(x)$ không xác định tại $x = -2$ và $x = 1$, $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.



- A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$.
- C. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$.

Câu 38. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-2x-3}{x+1}$ bằng

A. 0 . B. -4 . C. -3 . D. 1 .

Câu 39. Tính giới hạn bên phải của hàm số $f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$ khi $x \rightarrow 2$.

- A. $-\infty$. B. 3. C. $\frac{7}{2}$. D. $-\infty$.

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{8} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Câu 40. Cho hàm số . Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $+\infty$. C. 0. D. $-\frac{1}{8}$.

Câu 41. Biết $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng:

- A. $-\infty$. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 42. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.

Câu 43. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1)$.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. -4.

Câu 44. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$.

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 2. D. 0.

Câu 45. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017)$ bằng

- A. $-\infty$. B. 3. C. -3. D. $+\infty$.

Câu 46. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{4x+2}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{-1}{4}$. D. $\frac{-1}{2}$.

Câu 47. Cho bảng biến thiên hàm số: $y = \frac{3-x}{x-2}$, phát biểu nào sau đây là đúng:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	-		-
y	a	$+\infty$	b

A. a là $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$.

B. b là $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$.

C. b là $\lim_{x \rightarrow 1^+} y$.

D. a là $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$.

Câu 48. (SGD&ĐT BẮC GIANG - LẦN 1 - 2018) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5}$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 49. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 50. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng:

A. 3.

B. -3.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. 5.

Câu 51. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-4x}{5x+2}$ bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. $-\frac{5}{4}$.

C. $-\frac{4}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Câu 52. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+8}{x-2}$ bằng

A. -2.

B. 4.

C. -4.

D. 2.

Câu 53. Tính $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$.

A. $L = -2$.

B. $L = -1$.

C. $L = -\frac{1}{2}$.

D. $L = 2$.

Câu 54. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x}$ bằng.

A. -2.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. 2.

Câu 55. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2018x + 3}{2x^2 + 2018x}$ được.

A. 2018.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2018}$.

Câu 56. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. -3.

Câu 57. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 2}{2x + 1}$.

- A. $I = -2$. B. $I = -\frac{3}{2}$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 58. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 + 1}$ bằng.

- A. $-\infty$. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 59. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x}{3x + 2}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 60. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 1}{x + 5}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. $-\frac{1}{5}$. D. 5.

Câu 61. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 1}{-x + 1}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. -1. D. -4.

Câu 62. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{6x - 2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

Câu 63. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{4x + 3}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 3. D. 1.

Câu 64. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x + 1}$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1.

Câu 65. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 3}{x^2 + 2}$ bằng

- A. -2. B. $-\frac{3}{2}$. C. 1. D. 0.

Câu 66. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - 3}{x + 2}$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. -3. C. -1. D. 1.

Câu 67. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{2 - 3x^2}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 68. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{1-2x}$ bằng số nào sau đây?

A. $\frac{-5}{2}$.

B. $\frac{-2}{3}$.

C. 5.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 69. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng.

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. - 3.

Câu 70. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-5}{-x+3}$ bằng

A. $\frac{-5}{3}$.

B. - 1.

C. 3.

D. - 2.

Câu 71. Tìm giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{1-2x}$

A. $L = 3$.

B. $L = -\frac{1}{2}$.

C. $L = -\frac{3}{2}$.

D. $L = \frac{3}{2}$.

Câu 72. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2+2x+3}{x^2+1}$.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 73. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{1-3x}$:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. 2.

Câu 74. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+x}{x^2-1}$ bằng

A. - 2.

B. 1.

C. 2.

D. - 1.

Câu 75. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + 1}{x}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. 0.

Câu 76. Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-12x+35}{25-5x}$.

A. $-\frac{2}{5}$.

B. $+\infty$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $-\infty$.

Câu 77. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. - 4.

D. 2.

Câu 78. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} x - 3$ bằng:

- A.** 3. **B.** 6. **C.** $+\infty$. **D.** -3.

Câu 79. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

- A.** $I = -1$. **B.** $I = 0$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 5$.

Câu 80. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

- A.** 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 81. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. $\frac{1}{4}$. D. 0.

Câu 82. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$

- A.** $L = -5$. **B.** $L = 0$. **C.** $L = -3$. **D.** $L = 5$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^3-8} & \text{khi } x > 2 \\ x + \frac{m^2}{2} - 2m & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

Câu 83. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + m}{x - 2}$. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số có giới hạn tại $x = 2$.

- A.** $m = 3$ hoặc $m = -2$. **B.** $m = 1$ hoặc $m = 3$.
C. $m = 0$ hoặc $m = 1$. **D.** $m = 2$ hoặc $m = 1$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4}, & x < -2 \\ x + 1, & x \geq -2 \end{cases}$$

Câu 84. Gọi a, b là các giá trị để hàm số $y = x + 1, x \geq -2$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 . Tính $3a - b$?

- A. 8.** **B. 4.** **C. 24.** **D. 12.**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

Câu 85. Tìm a để hàm số $\begin{cases} 2x^2 - x + 1 & \text{khí } x \leq 2 \\ \end{cases}$ có giới hạn tại $x = 2$.

- A.** -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$$

Câu 86. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} mx + m + 4 & \text{với } x \leq 0 \\ \ln x & \text{với } x > 0 \end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có giới hạn tại $x=0$.

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = 1$ C. $m = 0$ D. $m = -\frac{1}{2}$

Câu 87. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 1}$ có kết quả là

A. $+\infty$

B. $-\infty$

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

Câu 88. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3}$ bằng

A. -2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -3.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 89. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}$ bằng

A. $\frac{2}{9}$.

B. 1.

C. -1.

D. $-\frac{1}{9}$.

Câu 90. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x}$?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. 0.

Câu 91. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + x} + x)$?

A. $+\infty$.

B. -1.

C. $-\infty$.

D. 0.

Câu 92. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1}$.

A. $-\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. 0.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 93. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ bằng

A. 0.

B. -2.

C. $-\infty$.

D. 2.

Câu 94. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3x}{\sqrt{2x^2 + 3}}$.

A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 95. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b}$ bằng?

A. a.

B. b.

C. c.

D. $\frac{a+b}{c}$.

Câu 96. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - 2}{x - 2}$ bằng

A. $-\infty$.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. -1

Câu 107. Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+3x+1}{x+1} + ax+b \right) = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b$ bằng

A. -2. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 108. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a + b$.

A. 6. B. 7. C. 8.

Câu 109. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3}$ bằng:

A. $-\infty$. B. -1 . C. $+\infty$. D. 1 .

Câu 110. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$?

A. 0. B. $-\infty$. C. -1. D. 1.

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = +\infty$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = 1$ C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = -\infty$ D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = 0$

Câu 112. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.

A. $K = 0$. **B.** $K = 1$. **C.** $K = -2$. **D.** $K = 4$.

Câu 113. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018} - 1}$.

A. -1. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 114. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-x^2}{x}$

A. 0. B. $+\infty$. C. 1. D. $-\infty$.

Câu 115. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{x + 1}$ bằng

A. -2 . B. 2 . C. 0 . D. $-\infty$.

Câu 116. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{2x}$.

A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 117. Cho a, b, c là các số thực khác 0 . Để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} = 3$ thì

B. $\frac{a+1}{b}=3$

D. $\frac{a-1}{-b}=3$

Câu 118. Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = -\frac{1}{2}$.

Câu 119. Để $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2} = \frac{1}{2}$. Giá trị của m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $[3;6]$. B. $[-3;0]$. C. $[-6;-3]$. D. $[1;3]$.

Câu 120. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x-3}{x-\sqrt{x^2+1}} = +\infty$ (với a là tham số). Giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 - 2a + 4$ là.

A. 4. B. 3. C. 5. D. 1.

Câu 121. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$.

A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 122. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2}$

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. 0.

Câu 123. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$. B. $\frac{3}{16}$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 124. Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x-1}$.

A. $A = -\infty$. B. $A = 0$. C. $A = 3$. D. $A = +\infty$.

Câu 125. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 20$. B. $S = 17$. C. $S = 10$. D. $S = 25$.

Câu 126. Tính $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$.

A. 2^{2019} . B. 2^{2018} . C. 2. D. $+\infty$.

Câu 127. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x - 2}{x^{2017} + x - 2}$ bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a^2 - b^2$.

A. 4037. B. 4035. C. -4035. D. 4033.

Câu 128. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5}$ là

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 129. Tìm $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1 + a^2)x + a}{x^3 - a^3}$.

- A. $\frac{2a^2}{a^2 + 3}$. B. $\frac{2a^2 - 1}{3a^2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{2a^2 - 1}{3}$.

Câu 130. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 3}$.

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $+\infty$.

Câu 131. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S = a + b$.

- A. 5. B. 10. C. 3. D. 4.

Câu 132. Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8$. $(b, c \in \mathbb{Z})$. Tính $P = b + c$.

- A. $P = -13$. B. $P = -11$. C. $P = 5$. D. $P = -12$.

Câu 133. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2 + 1}{3x^2 + 8x + 5}$.

- A. $L = -\frac{3}{2}$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = -\infty$. D. $L = 0$.

Câu 134. Cặp (a, b) thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ là

- A. $a = -3, b = 0$. B. $a = 3, b = 0$.
C. $a = 0, b = -9$. D. không tồn tại cặp (a, b) thỏa mãn như vậy.

Câu 135. Cho a, b là số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$. Tính $a^2 + b^2 + a + b$.

- A. 18. B. 1. C. 15. D. 5.

Câu 136. Hãy xác định xem kết quả nào **sai**

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x} = 2$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x-4} = 1$
C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = -1$ D. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20} = \frac{9}{8}$.

Câu 137. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1 - \cos 3x \cos 5x \cos 7x}{\sin^2 7x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $\frac{83}{49}$.

B. $\frac{105}{49}$.

C. $\frac{15}{49}$.

D. $\frac{83}{98}$.

Câu 138. Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - ax + a - 1}{x - 1} = 2$. Tính $M = a^2 + 2a$.

A. $M = 3$.

B. $M = 1$.

C. $M = -1$.

D. $M = 8$.

$$L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

Câu 139. Tìm giới hạn

A. $L = 1$.

B. $L = -1$.

C. $L = 0$.

D. $L = \frac{\pi}{2}$.

Câu 140. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tổng $S = a^2 + b^2$ bằng

A. $S = 13$.

B. $S = 9$.

C. $S = 4$.

D. $S = 1$.

Câu 141. Số nào trong các số sau là bằng $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2\sqrt{3}}{x - 3}$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

D. $-\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 142. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{13}{12}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{10}{11}$.

Câu 143. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16} - 4} = \frac{a}{\sqrt{b}}$, trong đó a là số nguyên, b là số nguyên tố. Ta có tổng $a + 2b$ bằng :

A. 13.

B. 3.

C. 14.

D. 8.

Câu 144. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2}{x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 145. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x+8} - x - 17}$.

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 146. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2}$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 156. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $T = 2a - b$ là

A. $\frac{1}{9}$. B. -1 . C. 10 . D. $\frac{9}{8}$.

Câu 157. Tính $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{\sqrt{2x+5} - 1}$.

A. -3 . B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. -6 . D. 8 .

Câu 158. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}$

A. $\frac{5}{24}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 159. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Câu 160. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$.

A. $K = -\frac{2}{3}$. B. $K = \frac{2}{3}$. C. $K = \frac{4}{3}$. D. $K = 0$.

Câu 161. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 0 . D. 1 .

Câu 162. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\sqrt{2-x} - 1}$.

A. $L = -6$. B. $L = -4$. C. $L = 2$. D. $L = -2$.

Câu 163. Tính $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P = a + b$ bằng

A. 7 . B. 10 . C. 5 . D. 6 .

Câu 164. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

A. $P = 13$. B. $P = 0$. C. $P = 5$. D. $P = 40$.

Câu 165. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x}$.

A. 2. B. -1. C. -2. D. 0.

Câu 166. Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \frac{a\sqrt{2}}{b} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a + b + c$ bằng:

A. 5. B. 37. C. 13. D. 51.

Câu 167. Giá trị của $I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$ bằng

A. 2. B. $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Câu 168. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x + 3}}{x^2 - 1}$?

A. $I = \frac{7}{8}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{3}{8}$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 169. Giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3}$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 170. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$.

A. $T = \frac{12}{25}$. B. $T = \frac{4}{25}$. C. $T = \frac{4}{15}$. D. $T = \frac{6}{25}$.

Câu 171. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x + 1} - 4}{3 - \sqrt{x + 4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{9}{4}$. B. -3. C. -18. D. $-\frac{3}{8}$.

Câu 172. Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)}$.

A. 24. B. $I = +\infty$. C. $I = 2$. D. $I = 0$.

Câu 173. Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[7]{x + 1} \cdot \sqrt{x + 4} - 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L = a + b$.

A. $L = 43$. B. $L = 23$. C. $L = 13$. D. $L = 53$.

Câu 174. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt[3]{x + 5}}{x - 3}$.

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 175. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có kết quả là 0?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1}$. B. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+10}$. C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1}-x)$.

Câu 176. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2+ax+3x}) = -2$. Tính giá trị của a .

- A. -6. B. 12. C. 6. D. -12.

Câu 177. Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-x})$. Ta được M bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 178. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2+2x+x\sqrt{5}}) = a\sqrt{5}+b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 5a+b$.

- A. $S = -5$. B. $S = -1$. C. $S = 1$. D. $S = 5$.

Câu 179. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+2x})$

- A. 2. B. $-\infty$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 180. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+2}+x+2)$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 0. C. $-\infty$. D. -2.

Câu 181. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - \sqrt{9x^2-1})$ bằng:

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\infty$. D. -1.

Câu 182. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+ax+1}+bx) = -1$. Tính giá của biểu thức $P = a^2 - 2b^3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 0$. C. $P = 16$. D. $P = 8$.

Câu 183. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+8x+1}+2x)$ bằng

- A. $-\infty$. B. 0. C. -2. D. $+\infty$.

Câu 184. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1-\sqrt[3]{x^3+2})$.

- A. -1. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 1.

Câu 185. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2-3x+1}+x\sqrt{2}) = \frac{a}{b}\sqrt{2}$, ($a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a+b$ có giá trị là

- A. 1. B. 5. C. 4. D. 7.

Câu 186. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{36x^2 + 5ax + 1} - 6x + b) = \frac{20}{3}$ và đường thẳng $\Delta: y = ax + 6b$ đi qua điểm $M(3; 42)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$ là:
 A. 104. B. 100. C. 41. D. 169.

Câu 187. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$. Khi đó giá trị a là
 A. 10. B. -6. C. 6. D. -10.

Câu 188. Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x)$.
 A. $I = -2$. B. $I = -4$. C. $I = 1$. D. $I = -1$.

Câu 189. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$.
 A. -4. B. -2. C. 4. D. 2.

Câu 190. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$ bằng
 A. 0. B. 2. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 191. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x)$ bằng:
 A. 3. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. -3.

Câu 192. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $x^2 - 11x + 10 = 0$. B. $x^2 - 5x + 6 = 0$. C. $x^2 - 8x + 15 = 0$. D. $x^2 + 9x - 10 = 0$.

Câu 193. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$. Tính $a - 4b$ ta được
 A. 3. B. 5. C. -1. D. 2.

Câu 194. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 5x + 4} - \sqrt{x^2 + 5x - 2})$ bằng
 A. 3. B. 1. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 195. Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\frac{1}{2}$?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} + x)$
 C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} (\sqrt{x^2 + 1} + x)$ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

Câu 196. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2 + 1} + 2017}{x + 2018} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$. Tính $P = 4a + b$.
 A. $P = 3$. B. $P = -1$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Câu 197. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

A. -4.

B. -2.

C. 4.

D. 2.

Câu 198. Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1 - \sqrt{x^2 - x + 2})$

A. $I = 1/2$.

B. $I = 46/31$.

C. $I = 17/11$.

D. $I = 3/2$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>