

Người làm: Bình Nguyen

Zalo: Bình Nguyen

- số đt zalo: 0348065037

Email: hbinhpk@gmail.com

CĐ1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**Dạng 1. Tính toán đơn giản****B. Tự luận****Câu 1. (HSG 7 huyện Hương Sơn, năm 2017 - 2018)**

$$\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{100} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} \\ &= \frac{3 \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)}{-\frac{53}{100} - 5 \left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)} + \frac{3 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}{5 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)} = \frac{3 \cdot \left(\frac{165 - 132 + 120 + 110}{1320} \right)}{-\frac{53}{100} - 5 \left(\frac{-66 + 60 + 55}{660} \right)} + \frac{3}{5} \\ &= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{-\frac{53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{-\frac{1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740} \end{aligned}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Mỹ Cày 2017 - 2018)

$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$$

Tính

Lời giải

$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left[\left(\frac{-4}{7} + \frac{3}{7} \right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Thạch Thành 2017 - 2018)

$$A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$$

Tính giá trị các biểu thức sau:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} \\ A &= \frac{11}{7} \cdot \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \cdot \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \cdot [(-1) + 1] = 0 \end{aligned}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2017 - 2018)

$$M = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} \right) + 7,5$$

Tính giá trị của biểu thức

Lời giải

$$M = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} \right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{22}{7} \right) + \frac{15}{2}$$

$$M = \frac{35}{6} : \frac{-43}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{42}{-43} + \frac{15}{2} = 1\frac{69}{86}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2017 - 2018)

$$\frac{7}{13} \cdot \frac{5}{9} - \frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{2}{13} \right) - \frac{5}{9} \cdot \frac{18}{13}$$

Tính giá trị biểu thức

Lời giải

$$\frac{7}{13} \cdot \frac{5}{9} - \frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{2}{13} \right) - \frac{5}{9} \cdot \frac{18}{13}$$

$$= \frac{5}{9} \left[\frac{7}{13} - \left(-\frac{2}{13} \right) - \frac{18}{13} \right]$$

$$= \frac{5}{9} \cdot \frac{-9}{13}$$

$$= -\frac{5}{13}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Đông Sơn, trường THCS Nguyễn Chí 2022 - 2023)

$$A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5$$

Tính giá trị biểu thức

Lời giải

$$A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7} \right) + \frac{15}{2}$$

$$= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Tam Dự 2017 - 2018)

Thực hiện phép tính:

$$\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$$

Lời giải

$$A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$A = \frac{11}{7} \cdot \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \cdot \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \cdot [(-1) + 1] = 0$$

Dạng 2. Lũy thừa phối hợp các phép tính

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Vị Thanh 2017 - 2018)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Rút gọn biểu thức

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 - 1)} = \frac{1}{3}$$

Câu 2. (HSG 7 trường thực hành Sài Gòn 2017 - 2018)

$$M = \frac{2016^{10} + 2016^{11}}{2016^{10} - 2016^{11}}$$

Tính giá trị biểu thức

Lời giải

$$M = \frac{2016^{10} \cdot (1 + 2016)}{2016^{10} \cdot (1 - 2016)} = \frac{-2017}{2015}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Việt Yên 2017 - 2018)

$$C = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$$

Tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} C &= \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}} = \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{-(2^3)^4 \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1 + 5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (1 - 2 \cdot 3)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot (-5)} = \frac{-4}{5} \end{aligned}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Thạch Thành 2017 - 2018)

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Tính giá trị các biểu thức sau:

Lời giải

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{2^{12} \cdot 3^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Bố Trạch 2017 - 2018)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Rút gọn biểu thức

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 - 1)} = \frac{1}{3}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2017 - 2018)

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$$

Thực hiện phép tính :

Lời giải

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\left(\frac{2}{5} \cdot 5\right)^7 + \left(\frac{9}{4} : \frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^7 + 12^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^6 \cdot (2 + 3^3)}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{1}{2}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Đông Sơn, trường THCS Nguyễn Chí 2017 - 2018)

$$B = \frac{2 \cdot 8^4 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$$

Rút gọn biểu thức

Lời giải

$$B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^3)^2 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot (3^2)^4} = \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)} = \frac{2}{3}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Việt Yên 2017 - 2018)

Tính:

$$A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$$

Lời giải

$$A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) - 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = -\frac{3}{2}$$

Câu 9. (HSG 7 huyện Anh Sơn, trường THCS Tào Sơn 2017 - 2018)

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} + \frac{1}{2}$$

Thực hiện phép tính :

Lời giải

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : \frac{9}{16} - \frac{13}{6} = \frac{8}{9} - \frac{13}{6} = -\frac{23}{18}$$

Dạng 3. Tính tổng các số tự nhiên được lập từ một chữ số

Dạng 4. Tính tổng dãy phân số có quy luật

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 trường THCS Lý Thường Kiệt 2017 - 2018)

$$A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100 \cdot 99} - \frac{1}{99 \cdot 98} - \frac{1}{98 \cdot 97} - \dots - \frac{1}{3 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 1}$$

Rút gọn

Lời giải

$$\begin{aligned}
 1.1) A &= \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1} \\
 A &= \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{100.99} + \frac{1}{99.98} + \frac{1}{98.97} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1} \right) \\
 A &= \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \right) \\
 A &= \frac{1}{100} - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \\
 A &= \frac{1}{100} - \left(1 - \frac{1}{100} \right) = \frac{-49}{50}
 \end{aligned}$$

Câu 2. (HSG 7 trường thực hành Sài Gòn 2017 - 2018)

Tính nhanh :

$$N = \frac{1}{1000} - \frac{1}{1000.999} - \frac{1}{999.998} - \frac{1}{998.997} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{1}{1000} - \left(\frac{1}{1000.999} + \frac{1}{999.998} + \frac{1}{998.997} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1} \right) \\
 &= \frac{1}{1000} - \left(\frac{1}{999} - \frac{1}{1000} + \frac{1}{998} - \frac{1}{999} + \frac{1}{997} - \frac{1}{998} + \dots + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{1000} - \left(1 - \frac{1}{1000} \right) = \frac{499}{500}
 \end{aligned}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2017 - 2018)

Tính

$$P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2012}(1+2+3+\dots+2012)$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 P &= 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2012}(1+2+3+\dots+2012) \\
 &= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2.3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3.4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4.5}{2} + \dots + \frac{1}{2012} \cdot \frac{2012.2013}{2} \\
 &= \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{2013}{2} = \frac{1}{2}(2+3+4+\dots+2013) \\
 &= \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+2013-1) = \frac{1}{2} \left(\frac{2012.2013}{2} - 1 \right) = \frac{2025077}{2}
 \end{aligned}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Tam Dự 2017 - 2018)

Thực hiện phép tính:

$$\frac{1}{99.97} - \frac{1}{97.95} - \frac{1}{95.93} - \dots - \frac{1}{5.3} - \frac{1}{3.1}$$

Lời giải

$$\frac{1}{99.97} - \frac{1}{97.95} - \frac{1}{95.93} - \dots - \frac{1}{5.3} - \frac{1}{3.1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{99.97} - \left(\frac{1}{97.95} + \frac{1}{95.93} + \dots + \frac{1}{5.3} + \frac{1}{3.1} \right) \\
 &= \frac{1}{99.97} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{95} + \frac{1}{95} - \frac{1}{93} + \dots + \frac{1}{5} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 1 \right) \\
 &= \frac{1}{99.97} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{97} - 1 \right) \\
 &= \frac{1}{99.97} - \frac{1}{2} \cdot \frac{-96}{97} \\
 &= \frac{49}{99}
 \end{aligned}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Kim Sơn 2017 - 2018)

Thực hiện tính:

$$P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{16}(1+2+3+\dots+16)$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 P &= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2.3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3.4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4.5}{2} + \dots + \frac{1}{16} \cdot \frac{16.17}{2} \\
 &= \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{17}{2} \\
 &= \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+17-1) = 76
 \end{aligned}$$

Dạng 5. Tính tổng tự nhiên dạng tích

Dạng 6. Tính tích

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 Tam Nông, trường Hiền Quan 2017 - 2018)

$$\left(\frac{3}{4} - 81 \right) \left(\frac{3^2}{5} - 81 \right) \left(\frac{3^3}{6} - 81 \right) \dots \left(\frac{3^{2000}}{2003} - 81 \right)$$

Tính:

Lời giải

Trong dãy số, mẫu số lớn hơn số mũ ở tử 3 đơn vị, trong đó $\frac{3^6}{9} - 81 = \frac{729}{9} - 81 = 81 - 81 = 0$

$$\left(\frac{3}{4} - 81 \right) \left(\frac{3^2}{5} - 81 \right) \left(\frac{3^3}{6} - 81 \right) \dots \left(\frac{3^{2000}}{2003} - 81 \right) = 0$$

Nên

Câu 2. (HSG 7 huyện Việt Yên 2017 - 2018)

$$B = \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2} \right) : \left(1\frac{1}{3} \right) : \left(-1\frac{1}{4} \right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6} \right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100} \right)$$

Tính:

Lời giải

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2} \right) : \frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{4} \right) : \frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6} \right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100} \right) \\
 &= \frac{1}{2} : \frac{-3}{2} : \frac{4}{3} : \frac{-5}{4} : \frac{6}{5} : \frac{-7}{6} : \dots : \frac{-101}{100} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \cdot \frac{-4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{-100}{101} \\
 &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 100}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 101} = \frac{1}{101}
 \end{aligned}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Bồ Trạch 2017 – 2018, huyện Cẩm Phả 2017 - 2018)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017} \right)$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017} \right) = \frac{2016}{2017}
 \end{aligned}$$

Dạng 7. Tính tổng cùng số mũ

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Nam Hương, tỉnh Thừa Thiên Huế, trường Hương Điền 2017 - 2018)

Biết rằng : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$. Tính tổng: $S = 2^2 + 4^2 + \dots + 20^2$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 S &= (2.1)^2 + (2.2)^2 + \dots + (2.10)^2 \\
 &= 2^2 \cdot 1^2 + 2^2 \cdot 2^2 + \dots + 2^2 \cdot 10^2 = 2^2 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + 10^2) = 2^2 \cdot 385 = 1540
 \end{aligned}$$

Dạng 8. Tính tổng cùng cơ số

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 thị xã Sầm Sơn 2017 - 2018)

Rút gọn $A = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2011}$

Lời giải

$$A = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2011} \quad (1)$$

$$5A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2012} \quad (2)$$

Lấy (2) trừ (1) theo vế ta được $5A - A = 5^{2012} - 1$

$$4A = 5^{2012} - 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{5^{2012} - 1}{4}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Kim Sơn 2017 - 2018)

Thực hiện tính:

$$S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \dots - 2 - 1$$

Lời giải

$$2S = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009} - \dots - 2^2 - 2$$

$$2S - S = 2^{2011} - 2^{2010} + 2^{2010} - 2^{2009} + 2^{2009} - \dots - 2^2 + 2^2 - 2 + 2 - 1$$

$$S = 2^{2011} - 2 \cdot 2^{2010} + 1 = 1$$

Câu 3. (HSG 7 trường THCS Lý Thường Kiệt, 2017 - 2018)

Chứng minh rằng: $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$ chia hết cho 31

Lời giải

Đặt $D = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$ (có 100 số hạng)

$$= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) + (2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}) + \dots$$

$$+ (2^{96} + 2^{97} + 2^{98} + 2^{99} + 2^{100})$$

(có 20 nhóm)

$$D = 2 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + 2^6 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + \dots + 2^{96} \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4)$$

$$D = 2 \cdot 31 + 2^6 \cdot 31 + \dots + 2^{96} \cdot 31$$

$$D = 31 \cdot (2 + 2^6 + \dots + 2^{96})$$

chia hết cho 31

Vậy $D = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$ chia hết cho 31

Câu 4. (HSG 7 huyện Mỹ Cày, 2017 - 2018)

Cho đa thức $B(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{99} + x^{100}$. Tính giá trị của đa thức $B(x)$ tại $x = \frac{1}{2}$

Lời giải

Với $x = \frac{1}{2}$ thì giá trị của đa thức

$$B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}$$

$$2B = 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right)$$

$$= 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}}$$

$$\Rightarrow 2B = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right) + 2 - \frac{1}{2^{100}}$$

$$\Rightarrow 2B = B + 2 - \frac{1}{2^{100}} \Rightarrow B = 2 - \frac{1}{2^{100}}$$

$$B = 2 - \frac{1}{2^{100}}$$

Vậy

Câu 5. (HSG 7 huyện Tân An, 2017 - 2018)

Chứng tỏ rằng: $M = 75 \cdot (4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ chia hết cho 10^2

Lời giải

$$\begin{aligned}
 M &= 75.(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \\
 &= 25.(4 - 1)(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \\
 &= 25.[4(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) - (4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1)] + 25 \\
 &= 25.(4^{2018} + 4^{2017} + \dots + 4^2 + 4) - 25(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \\
 &= 25.4^{2018} - 25 + 25 \\
 &= 25.4^{2018} = 25.4.4^{2017} = 100.4^{2017} : 100
 \end{aligned}$$

Vậy $M : 10^2$

Dạng 9. Tính tỉ số của hai tổng

Dạng 10. Tính giá trị biểu thức

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Vị Thanh 2017 – 2018, huyện Bồ Trách 2017 - 2018)

Cho biểu thức: $P = x - 4xy + y$. Tính giá trị của P với $|x| = 1,5; y = -0,75$

Lời giải

Ta có: $|x| = 1,5 \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = -1,5 \end{cases}$

Với $x = 1,5; y = -0,75$ thì:
 $P = 1,5 - 4.1,5.(-0,75) - 0,75 = 1,5(1 + 3) - 0,75 = 5,25$

Với $x = -1,5; y = -0,75$ thì:
 $P = -1,5 - 4(1,5).(-0,75) - 0,75 = -6,75$

Câu 2. (HSG 7 huyện Bồ Trách 2017-2018, huyện Cẩm Phả 2017-2018)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017} \right)$

b) $B = 2x^2 - 3x + 5$ với $|x| = \frac{1}{2}$

c) $C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016} \right)^0$, biết $x - y = 0$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 a) A &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017} \right) = \frac{2016}{2017}
 \end{aligned}$$

b) Với $|x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 5 = 4$$

Với

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow B = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = 7$$

Với

Vậy $B = 4$ khi $x = \frac{1}{2}$ và $B = 7$ khi $x = -\frac{1}{2}$

$$C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0$$

c)

$$= 2(x - y) + 13x^3y^2(x - y) - 15xy(x - y) + 1$$

Thay $x - y = 0$ vào biểu thức trên ta được $C = 2 \cdot 0 + 13x^3y^2 \cdot 0 - 15xy \cdot 0 + 1 = 1$

Câu 4. (HSG 7 huyện Tam Nông, trường THCS Hiền Quan 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức: $6x^2 + 5x - 2$ tại x thỏa mãn $|x - 2| = 1$

Lời giải

$$|x - 2| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 1 \\ x - 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Thay tại $x = 1 \Rightarrow$ biểu thức là $6.1^2 + 5.1 - 2 = 9$

Thay tại $x = 3$ giá trị biểu thức là $6.3^2 + 5.3 - 2 = 67$

Câu 5. (HSG 7 huyện Năm Căn 2017-2018, huyện Dương Nam 2017-2018)

Tính giá trị biểu thức $P = \left|a - \frac{1}{2014}\right| + \left|a - \frac{1}{2016}\right|$, với $a = \frac{1}{2015}$

Lời giải

Thay $a = \frac{1}{2015}$ vào biểu thức s $P = \left|\frac{1}{2015} - \frac{1}{2014}\right| + \left|\frac{1}{2015} - \frac{1}{2016}\right|$

Ta có:

$$P = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015} + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016}$$

$$P = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2016} = \frac{2016 - 2014}{2014 \cdot 2016}$$

$$P = \frac{2}{2014 \cdot 2016} = \frac{1}{1007 \cdot 2016} = \frac{1}{2030112}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Sông Lô 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức $N = xy^2z^3 + x^3y^4z^5 + \dots + x^{2014}y^{2015}z^{2016}$ tại $x = -1; y = -1; z = -1$

Lời giải

Ta có: $N = xyz \cdot yz^2 + x^2y^2z^2 \cdot yz^2 + x^3y^3z^3 \cdot yz^2 + \dots + x^{2014}y^{2014}z^{2014} \cdot yz^2$

Thay $y = -1; z = -1$ ta được:

$$N = -xyz - x^2y^2z^2 - x^3y^3z^3 - \dots - x^{2014}y^{2014}z^{2014}$$

$$= -(xyz) - (xyz)^2 - (xyz)^3 - \dots - (xyz)^{2014}$$

Thay $xyz = -1$ ta được: $N = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 = 0$

Vậy $N = 0$

Câu 10. (HSG 7 huyện Hương Khê 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x - 2}$ với $|x - 1| = \frac{2}{3}$

Lời giải

$$|x - 1| = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{3} \\ x - 1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Thay $x = \frac{5}{3}$ vào biểu thức A ta được

$$A = \frac{2\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{5}{3} - 1}{3 \cdot \frac{5}{3} - 2} = \frac{2 \cdot \frac{25}{9} + 5 - 1}{3 - 2} = \frac{\frac{50}{9} + 4}{1} = \frac{\frac{50}{9} + \frac{36}{9}}{1} = \frac{86}{9}$$

Thay $x = \frac{1}{3}$ vào biểu thức A ta được

$$A = \frac{2\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{3} - 1}{3 \cdot \frac{1}{3} - 2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{9} + 1 - 1}{1 - 2} = \frac{\frac{2}{9}}{-1} = -\frac{2}{9}$$

Vậy $A = \frac{86}{9}$ tại $x = \frac{5}{3}$, $A = -\frac{2}{9}$ tại $x = \frac{1}{3}$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>

CÁC DỰ ÁN TOÁN THCS