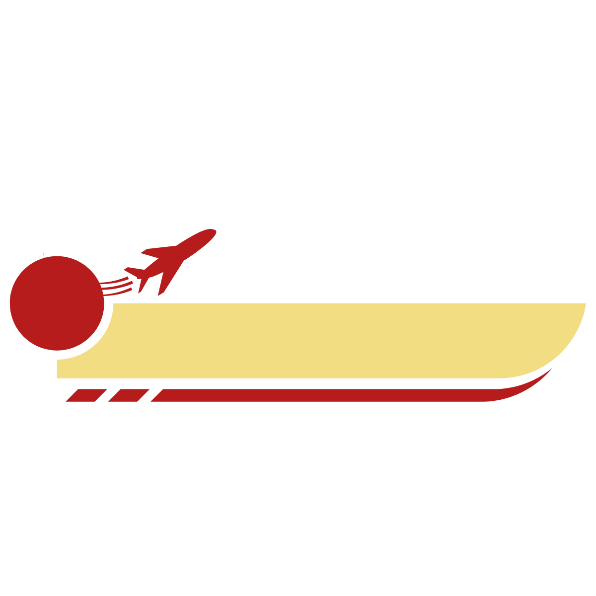
**PHƯƠNG SAI & ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MSLGN**



**Bài 2.**

**Chương 03**



**A**

**Lý thuyết**

**Phương sai:**

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu , được tính bởi công thức:



Trong đó:  là cỡ mẫu;

 là số trung bình



**Độ lệch chuẩn:**

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu ,

Độ lệch chuẩn là căn bậc hai số học của phương sai:

Độ lệch chuẩn 



» Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có thể được tính theo công thức sau:



» Trong thống kê, người ta còn dùng đại lượng sau để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm:



**Chú ý**



» ***Phương sai*** của MSL ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho phương sai của MSL gốc.

» ***Độ lệch chuẩn*** của MSL ghép nhóm cũng là giá trị xấp xỉ cho độ lệch chuẩn của MSL gốc.

 Được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm.

» Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì dữ liệu càng phân tán.

» Độ lệch chuẩn có cùng đơn vị với đơn vị của mẫu số liệu.

**Ý nghĩa**



**Xét ví dụ:**

Thầy giáo thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp  và 11B ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm trung bình |  |  |  |  |  |
| 11A | 1 | 0 | 11 | 22 | 6 |
| 11B | 0 | 6 | 8 | 14 | 12 |

**⑴** Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

**⑵** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?



🖎 ***Lời giải***

**⑴** Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là: .

Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11B là: .

Nếu so sánh theo ***khoảng biến thiên*** thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

**⑵** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Giá trị đại diện | 5,5 | 6,5 | 7,5 | 8,5 | 9,5 |
| 11A | 1 | 0 | 11 | 22 | 6 |
| 11B | 0 | 6 | 8 | 14 | 12 |

» ***Xét mẫu số liệu của lớp 11A:***

Cỡ mẫu là .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là



Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là



Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là .

» ***Xét mẫu số liệu của lớp 11B:***

Cỡ mẫu là .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là



Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là



Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là .

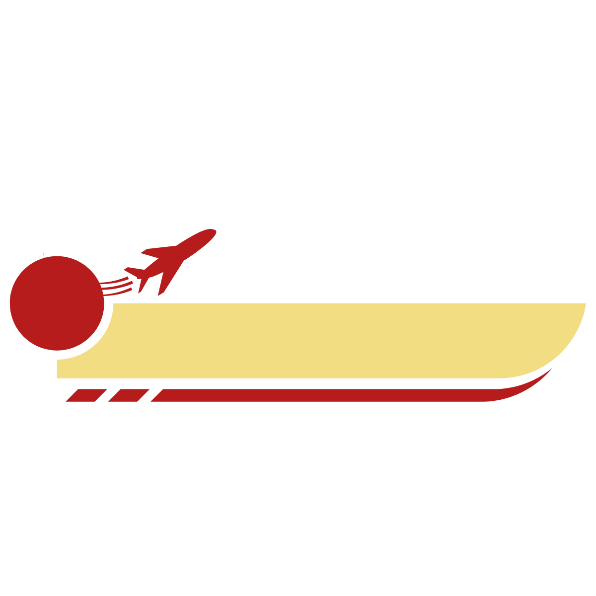
Do  nên nếu so sánh theo ***độ lệch chuẩn*** thì học sinh lớp  có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

» Trong ví dụ trên, kết quả so sánh độ phân tán theo giá trị trung bình và độ lệch chuẩn có sự khác biệt. Điều này là do mẫu số liệu của học sinh lớp 11A có một giá trị ngoại lệ.

» Với các mẫu số liệu ghép nhóm có cùng số trung bình (hoặc xấp xỉ nhau),

ta thường sử dụng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ phân tán của các mẫu số liệu đó.

**Chú ý**



**B**

**Các dạng bài tập**

## 🏱 Dạng 1. Lập mẫu số liệu ghép nhóm và tính giá trị trung bình

» Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  |  |  |  |
| Tần số |  |  |  |  |  |

Số trung bình cộng được tính như sau:

▪***Bước 1:*** tính giá trị đại diện mỗi nhóm .

▪***Bước 2:*** tính .

▪***Bước 3:*** .

***Phương pháp***



**Ví dụ 1.1.**

Chiều cao của  cây giống được cho bởi bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chiều cao (cm) |  |  |  |  |  |  |
| Số cây giống | 2 | 5 | 3 | 4 | 3 | 3 |

Tính số trung bình (làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy) của bảng nói trên.



🖎 ***Lời giải***

Bảng tần số ghép lớp của bảng nói trên là:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chiều cao (cm) |  |  |  |  |  |  |
| Giá trị đại diện | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 |
| Số cây giống | 2 | 5 | 3 | 4 | 3 | 3 |

Áp dụng công thức tính số trung bình cho bảng tần số ghép lớp ta có:



**Ví dụ 1.2.**

Các bạn học sinh lớp 12A trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Số câu trả lời đúng |  |  |  |  |  |
| Số học sinh | 4 | 6 | 8 | 18 | 4 |

Tính giá trị trung bình số câu trả lời đúng.



🖎 ***Lời giải***

Giá trị đại diệm của mỗi nhóm như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Số câu trả lời đúng |  |  |  |  |  |
| Giá trị đại diện | 18,5 | 23,5 | 28,5 | 33,5 | 38,5 |
| Số học sinh | 4 | 6 | 8 | 18 | 4 |

Tổng số học sinh là: 40.

Vậy giá trị trung bình là

.

**Ví dụ 1.3.**

Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các em học sinh đã tiến hành thu nhặt vỏ chai nhựa để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ chai nhựa của học sinh ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Số vỏ chai nhựa |  |  |  |  |  |
| Số học sinh | 53 | 82 | 48 | 39 | 18 |

Tính giá trị trung bình số câu trả lời đúng.



🖎 ***Lời giải***

Ta hiệu chỉnh bảng số liệu và tính giá trị đại diện, kết quả như bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Số vỏ chai nhựa |  |  |  |  |  |
| Giá trị đại diện | 3 | 8 | 13 | 18 | 23 |
| Số học sinh | 53 | 82 | 48 | 39 | 18 |

Tổng số học sinh là: 240.

Vậy giá trị trung bình là

.

## 🏱 Dạng 2. Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm

» Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  |  |  |  |
| Tần số |  |  |  |  |  |

Phương sai  được tính như sau:

▪***Bước 1:*** tính giá trị đại diện mỗi nhóm .

▪***Bước 2:*** tính .

▪***Bước 3:*** .

▪***Bước 4:*** 

Hoặc : .

***Phương pháp***



**Ví dụ 2.1.**

Cân nặng (kg) của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cân nặng (kg) |  |  |  |  |  |
| Số cây giống | 6 | 12 | 19 | 9 | 4 |

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên.



🖎 ***Lời giải***

Ta có giá trị đại diện được thể hiện trong bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cân nặng (kg) |  |  |  |  |  |
| Giá trị đại diện | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 |
| Số quả mít | 6 | 12 | 19 | 9 | 4 |

Cỡ mẫu: .

Số trung bình .

Phương sai: .

**Ví dụ 2.2.**

Thống kê điểm trung bình của hai lớp 12A và 12B được cho ở bảng sau

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm trung bình |  |  |  |  |  |
| Số học sinh lớp 12A | 1 | 0 | 11 | 22 | 6 |
| Số học sinh lớp 12B | 0 | 6 | 8 | 14 | 12 |

Nếu so sánh phương sai thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?



🖎 ***Lời giải***

Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm trung bình |  |  |  |  |  |
| Giá trị đại diện | 5,5 | 6,5 | 7,5 | 8,5 | 9,5 |
| Số học sinh lớp 12A | 1 | 0 | 11 | 22 | 6 |
| Số học sinh lớp 12B | 0 | 6 | 8 | 14 | 12 |

» **Xét mẫu số liệu lớp 12A:**

Cỡ mẫu: .

Số trung bình: .

Phương sai: .

» **Xét mẫu số liệu lớp 12B:**

Cỡ mẫu: .

Số trung bình: .

Phương sai: .

 Vì  nên điểm trung bình của học sinh lớp 12B phân tán ít hơn điểm trung bình của học sinh lớp 12A.

**Ví dụ 2.3.**

Tuổi thọ của một số linh kiện điện tử (đơn vị: năm) được sản xuất bởi hai phân xưởng được cho như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tuổi thọ (năm) |  |  |  |  |  |
| Số linh kiện của phân xưởng 1 | 4 | 9 | 13 | 8 | 6 |
| Số linh kiện của phân xưởng 2 | 2 | 8 | 20 | 7 | 3 |

Tính phương sai của mỗi mẫu số liệu ghép nhóm và nhận xét về độ phân tán của tuổi thọ các linh kiện điện tử được sản xuất bởi mỗi phân xưởng.



🖎 ***Lời giải***

Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tuổi thọ (năm) |  |  |  |  |  |
| Giá trị đại diện | 1,75 | 2,25 | 2,75 | 3,25 | 3,75 |
| Số linh kiện của phân xưởng 1 | 4 | 9 | 13 | 8 | 6 |
| Số linh kiện của phân xưởng 2 | 2 | 8 | 20 | 7 | 3 |

» **Xét mẫu số liệu Phân xưởng 1:**

Tổng số linh kiện: 

Giá trị trung bình 

Phương sai: 

» **Xét mẫu số liệu Phân xưởng 2:**

Tổng số linh kiện: 

Giá trị trung bình 

Phương sai: 

 Vì  nên số linh kiện phân xưởng 2 phân tán nhiều hơn số linh kiện phân xưởng 1.

## 🏱 Dạng 3. Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm & ý nghĩa

» Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  |  |  |  |
| Tần số |  |  |  |  |  |

Phương sai  được tính như sau:

▪***Bước 1:*** tính giá trị đại diện mỗi nhóm .

▪***Bước 2:*** tính .

▪***Bước 3:*** .

▪***Bước 4:*** Phương sai 

Hoặc : .

▪***Bước 5:*** Độ lệch chuẩn 

**⁂ Ý nghĩa:** Khi hai mẫu số liệu ghép nhóm có cùng đơn vị đo và có số trung bình cộng xấp xỉ nhau, mẫu số liệu nào có độ lệch chuẩn nhỏ hơn thì mức độ phân tán so với số trung bình cộng của các số liệu trong mẫu đó sẽ thấp hơn.

***Phương pháp***



**Ví dụ 3.1.**

Cho mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Độ tuổi |  |  |  |  |  |  |
| Giá trị đại diện | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 |
| Số cư dân | 25 | 20 | 20 | 15 | 14 | 6 |

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)



🖎 ***Lời giải***

Số trung bình cộng là  (tuổi).

Phương sai là .

Độ lệch chuẩn là  (tuổi).

**Ví dụ 3.2.**

Cho hai mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty ,  (đơn vị là triệu đồng)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Bảng thống kê mức lương công ty A  (triệu đồng) | |  | Bảng thống kê mức lương công ty B  (triệu đồng) | |
| Mức lương | Số lượng nhân viên |  | Mức lương | Số lượng nhân viên |
|  | 15 |  | 25 |
|  | 18 |  | 15 |
|  | 10 |  | 7 |
|  | 10 |  | 5 |
|  | 5 |  | 5 |
|  | 2 |  | 3 |

**⑴** Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm lần lượt biểu diễn mức lương của hai công ty , . (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

**⑵** Công ty nào có mức lương đồng đều hơn?



🖎 ***Lời giải***

**⑴** Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm lần lượt biểu diễn mức lương của hai công ty , . (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

» **Xét Mức lương tại công ty A**

Số trung bình của công ty  là  (triệu đồng).

Phương sai của công ty  là .

Độ lệch chuẩn của công ty  là  (triệu đồng).

» **Xét Mức lương tại công ty B**

Số trung bình của công ty  là  (triệu đồng).

Phương sai của công ty  là .

Độ lệch chuẩn của công ty  là  (triệu đồng).

**⑵** Công ty nào có mức lương đồng đều hơn?

Vì độ lệch chuẩn của công ty  nhỏ hơn độ lệch chuẩn của công ty  và lương bình quân của cả hai công ty xấp xỉ nhau nên công ty  có mức lương đồng đều hơn.

## 🏱 Dạng 4. Sử dụng phương sai, độ lệch chuẩn đo độ rủi ro

» Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  |  |  |  |
| Tần số |  |  |  |  |  |

Phương sai  được tính như sau:

▪***Bước 1:*** tính giá trị đại diện mỗi nhóm .

▪***Bước 2:*** tính .

▪***Bước 3:*** .

▪***Bước 4:*** Phương sai 

Hoặc : .

▪***Bước 5:*** Độ lệch chuẩn 

**⁂ Ý nghĩa:** Khi hai mẫu số liệu ghép nhóm có cùng đơn vị đo và có số trung bình cộng xấp xỉ nhau, mẫu số liệu nào có ***phương sai*** và ***độ lệch chuẩn*** cao hơn thì mức độ ***rủi ro lớn hơn***.

***Phương pháp***



**Ví dụ 4.1.**

Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng của (đơn vị là nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu  và  trong  ngày giao dịch liên tiếp.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Giá đóng cửa |  |  |  |  |  |
| Cổ phiếu A | 9 | 8 | 11 | 13 | 9 |
| Cổ phiếu B | 14 | 6 | 5 | 20 | 5 |

**⑴** Tính phương sai và độ lệch chuẩn của hai mã cổ phiếu , . (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

**⑵** So sánh độ rủi ro của cố phiếu  và ?



🖎 ***Lời giải***

**⑴** Tính phương sai và độ lệch chuẩn của hai mã cổ phiếu , .

Số trung bình của cổ phiếu  là .

Phương sai của cổ phiếu  là .

Độ lệch chuẩn của cổ phiếu  là .

Số trung bình của cổ phiếu  là .

Phương sai của cổ phiếu  là .

Độ lệch chuẩn của cổ phiếu  là .

**⑵** So sánh độ rủi ro của cố phiếu  và ?

Vì độ lệch chuẩn về giá của cổ phiếu  nhỏ hơn độ lệch chuẩn về giá của cổ phiếu  nên cổ phiếu  có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu .

**Ví dụ 4.2.**

Chỉ số P/B (viết tắt của từ Price to book ratio) là một chỉ số tài chính quan trọng, được sử dụng để so sánh giữa giá của cổ phiếu với giá trị ghi sổ của cổ phiếu đó. Khi chỉ số P/B cao, nghĩa là thị trường đang có nhiều kỳ vọng đối với cổ phiếu này, doanh nghiệp có tiềm năng phát triển tốt trong tương lai. Bảng sau thống kê chỉ số P/B của hai mã cổ phiếu  và  trong  năm giao dịch liên tiếp.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Giá đóng cửa |  |  |  |  |  |  |
| Cổ phiếu A | 1 | 0 | 4 | 2 | 2 | 1 |
| Cổ phiếu B | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 |

**⑴** Tính phương sai và độ lệch chuẩn của hai mã cổ phiếu , . (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

**⑵** So sánh độ rủi ro của cố phiếu  và ? Biết rằng các chỉ số tài chính còn lại của hai cổ phiếu đó là xấp xỉ nhau.



🖎 ***Lời giải***

**⑴** Tính phương sai và độ lệch chuẩn của hai mã cổ phiếu , .

Số trung bình của cổ phiếu  là .

Phương sai của cổ phiếu  là .

Độ lệch chuẩn của cổ phiếu  là .

Số trung bình của cổ phiếu  là .

Phương sai của cổ phiếu  là .

Độ lệch chuẩn của cổ phiếu  là .

**⑵** So sánh độ rủi ro của cố phiếu  và ?

Vì độ lệch chuẩn về chỉ số P/B của cổ phiếu  nhỏ hơn độ lệch chuẩn của cổ phiếu  nên cổ phiếu  có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu .