

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 02 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ BÀI

A. PHẦN CHUNG

Câu 1: (1 điểm) Cho $\sin \alpha = -\frac{3}{4}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, tính giá trị của biểu thức $P = 6 \tan \alpha$?

Câu 2: (1 điểm) Giải phương trình $2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$.

Câu 3: (1 điểm) Tính giới hạn dãy số $\lim\left(\sqrt{4n^2 - n + 2} - 2n + 1\right)$.

Câu 4: (1 điểm) Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} 2u_2 + u_5 = 9 \\ u_8 - u_4 = 16 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 30 trong dãy?

Câu 5: (1 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại $x = 2$?

Câu 6: (1 điểm) Tìm giới hạn $\lim \frac{2^{n+1} + 4^n}{3^n + 4^{n+1}}$.

Câu 7: (1 điểm) Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_1 + 4u_2 - u_3$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân đã cho?

- Câu 8:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Các điểm M, N, Q lần lượt là trung điểm của SC, BC và CD.
- a) (1 điểm) Tìm giao tuyến của mp(SAD) và mp(SBC).
- b) (1 điểm) Chứng minh OM song song với mp(SAB).
- c) (0,5 điểm) Chứng minh mp(MNQ) song song với mp(SBD).
- d) (0,5 điểm) (P) là mặt phẳng qua trung điểm I của OA và song song với mp(SBD). Tìm giao điểm của DM và (P).

B. PHẦN RIÊNG

PHẦN THI RIÊNG DÀNH CHO BAN XÃ HỘI

- Câu 9:** (1 điểm) Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$.

PHẦN THI RIÊNG DÀNH CHO BAN TỰ NHIÊN

- Câu 9:** (1 điểm) Cho cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{9}$, số hạng thứ tư là 3 và số hạng cuối là 81.
- Tính tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đó.

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên giám thị 1: Chữ ký:

Họ và tên giám thị 2: Chữ ký:

ĐÁP ÁN KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I

A. PHẦN CHUNG

Câu 1: (1 điểm) Cho $\sin \alpha = -\frac{3}{4}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, tính giá trị của biểu thức $P = 6 \tan \alpha$?

Lời giải

$$\sin \alpha = -\frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

-----0,5đ

$$\text{Do } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \cos \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$P = 6 \tan \alpha = 6 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{18\sqrt{7}}{7}.$$

-----0,5đ

Câu 2: (1 điểm) Giải phương trình $2 \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2 \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{6}$$

-----0,5đ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

-----0,5đ

Câu 3: (1 điểm) Tính giới hạn dãy số $\lim \left(\sqrt{4n^2 - n + 2} - 2n + 1 \right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim \left(\sqrt{4n^2 - n + 2} - 2n + 1 \right) = \lim \frac{\left(\sqrt{4n^2 - n + 2} - 2n + 1 \right) \cdot \left(\sqrt{4n^2 - n + 2} + 2n - 1 \right)}{\sqrt{4n^2 - n + 2} + 2n - 1}$$

$$= \lim \frac{4n^2 - n + 2 - (2n - 1)^2}{\sqrt{4n^2 - n + 2} + 2n - 1} = \lim \frac{3n + 1}{\sqrt{4n^2 - n + 2} + 2n - 1}$$

-----0,5đ

$$= \lim \frac{n \left(3 + \frac{1}{n} \right)}{n \left(\sqrt{4 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}} + 2 - \frac{1}{n} \right)} = \lim \frac{3 + \frac{1}{n}}{\sqrt{4 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}} + 2 - \frac{1}{n}} = \frac{3}{4}.$$

-----0,5đ

Câu 4: (1 điểm) Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} 2u_2 + u_5 = 9 \\ u_8 - u_4 = 16 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 30 trong dãy?

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2u_2 + u_5 = 9 \\ u_8 - u_4 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(u_1 + d) + (u_1 + 4d) = 9 \\ (u_1 + 7d) - (u_1 + 3d) = 16 \end{cases}$$

-----0,5đ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 6d = 9 \\ 4d = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } u_{30} = u_1 + 29d = 111.$$

-----0,5đ

Câu 5: (1 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để

hàm số liên tục tại $x = 2$?

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 1}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(2x + 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x + 3) = 7.$$

-----0,5đ

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m = 7$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{2}.$$

-----0,5đ

Câu 6: (1 điểm) Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 4^n}{3^n + 4^{n+1}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 4^n}{3^n + 4^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 2^n + 4^n}{3^n + 4 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^n + 1}{\left(\frac{3}{4}\right)^n + 4} = \frac{2 \cdot 0 + 1}{0 + 4} = \frac{1}{4}.$$

-----1,0đ

Câu 7: (1 điểm) Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_1 + 4u_2 - u_3$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân đã cho?

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

$$\text{Ta có } u_1 + 4u_2 - u_3 = -2q^2 + 8q + 2 = 10 - 2(q - 2)^2 \leq 10, \text{ với mọi } q.$$

-----0,5đ

Suy ra $u_1 + 4u_2 - u_3$ đạt giá trị lớn nhất bằng 10 khi $q = 2$.

Vậy $u_5 = 2 \cdot (2)^4 = 32$.

-----0,5đ
Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Các điểm M, N, Q lần lượt là trung điểm của SC, BC và CD .

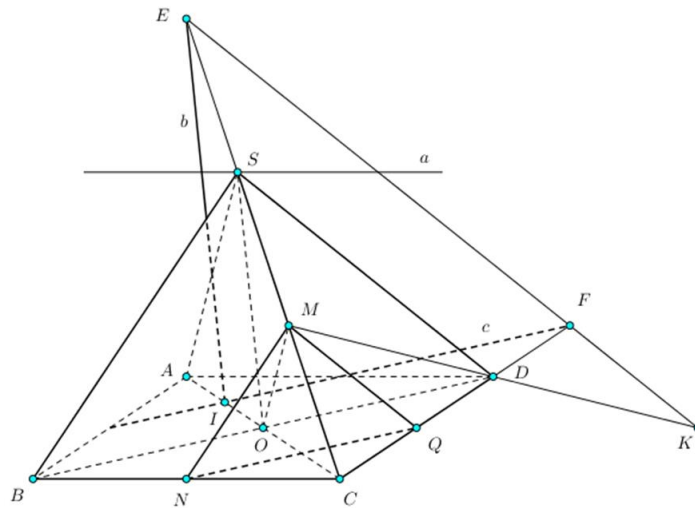
a) (1 điểm) Tìm giao tuyến của $mp(SAD)$ và $mp(SBC)$.

b) (1 điểm) Chứng minh OM song song với $mp(SAB)$.

c) (0,5 điểm) Chứng minh $mp(MNQ)$ song song với $mp(SBD)$.

d) (0,5 điểm) (P) là mặt phẳng qua trung điểm I của OA và song song với $mp(SBD)$. Tìm giao điểm của DM và (P) .

Lời giải



a)

$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \text{ (} ABCD: hbh \text{)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = a \parallel AD \parallel BC \text{ (} A \in a \text{)}$$

-----1,0đ

b)

$$\begin{cases} OM \not\subset (SAB) \\ OM \parallel SA \subset (SAB) \text{ (đtb của } \Delta SAC \text{)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow OM \parallel (SAB)$$

-----1,0đ

c)

$$MN, MQ \subset (MNQ) \text{ \& } MN \cap MQ = M \quad (1)$$

$$\begin{cases} MN \not\subset (SBD) \\ MN // SB \subset (SBD) (\text{đt}b \text{ của } \Delta SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow MN // (SBD) \quad (2)$$

$$\begin{cases} MQ \not\subset (SBD) \\ MQ // SD \subset (SBD) (\text{đt}b \text{ của } \Delta SCD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow MQ // (SBD) \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3)} \Rightarrow (MNQ) // (SBD)$$

-----0,5đ

d)

$$\begin{cases} (P) // (SBD) \\ (SBD) \cap (SAC) = SO \\ I \in (P) \cap (SAC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P) \cap (SAC) = b // SO (I \in b)$$

$$\begin{cases} (P) // (SBD) \\ (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ I \in (P) \cap (ABCD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P) \cap (ABCD) = c // BD (I \in c)$$

$$\text{Trong mp}(SAC): E = b \cap SC, \text{ trong mp}(ABCD): F = c \cap CD$$

$$\text{Trong mp}(SCD): K = MD \cap EF, EF \subset (P) \Rightarrow MD \cap (P) = K$$

-----0,5đ

B. PHẦN RIÊNG

PHẦN THI RIÊNG DÀNH CHO BAN XÃ HỘI

Câu 9: (1 điểm) Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)(x^2 + 2x + 1)}$$

-----0,5đ

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{1}{3}.$$

-----0,5đ

PHẦN THI RIÊNG DÀNH CHO BAN TỰ NHIÊN

Câu 9: (1 điểm) Cho cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{9}$, số hạng thứ tư là 3 và số hạng cuối là 81.

Tính tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đó.

Lời giải

Giả sử cấp số nhân đã cho có n số hạng và công bội là q . Theo đầu bài ta có: $u_1 = \frac{1}{9}$,

$$u_4 = 3, \quad u_n = 81.$$

$$\text{Mà } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \text{ nên ta có } \begin{cases} \frac{1}{9} \cdot q^3 = 3 \\ \frac{1}{9} \cdot q^{n-1} = 81 \end{cases}$$

-----0,5đ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = 27 \\ q^{n-1} = 3^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ n = 7 \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho là

$$S_7 = u_1 + u_2 + \dots + u_7 = u_1 \cdot \frac{q^7 - 1}{q - 1} = \frac{1}{9} \cdot \frac{3^7 - 1}{3 - 1} = \frac{1093}{9}.$$

-----0,5đ

----- **HẾT** -----